

STORIA DELLA DEFINIZIONE E DEL CALCOLO DELLA POTENZA ELETTRICA IN UN CIRCUITO

Premessa

Risultato di un percorso concettuale solo in apparenza immediato, la nozione circuitale di potenza elettrica cela in realtà non poche “insidie concettuali”. Per tale motivo lo studio della sua evoluzione storica non può in alcun modo prescindere dalla conoscenza preliminare, anche solo sommaria, dei fondamenti teorici sui quali tale nozione si basa.

Tenuto conto di tale necessità, nel seguito verranno preliminarmente richiamati, inquadrando nella *Dynamical Theory* maxwelliana e nell’energetica dei bipoli, i fondamenti concettuali ed analitici che reggono la relazione $p(t)=v(t)\cdot i(t)$. Di tale legame, in particolare, verrà sottolineato come esso possa ritenersi rigoroso senza eccezioni nel solo caso di regime stazionario e come invece, in ogni altra condizione di regime variabile, esso debba considerarsi approssimato e comunque accettabile, a seguito di una rigorosa verifica preliminare, solo a *posteriori*.

Sia dunque una superficie gaussiana $\Sigma=\sigma\cup\Sigma^*$ (fig.1). Su di essa σ sia esclusivamente sede di fenomeni conduttivi; nei suoi punti risulterà pertanto misurabile (caratterizzato da una densità volumetrica di carica ρ in moto a velocità \mathbf{u}) il solo campo di conduzione $\mathbf{j}=\rho\mathbf{u}$. Σ^* sia invece esclusivamente interessata, in ragione di un regime ipotizzato di tipo variabile, da processi di polarizzazione; nei suoi punti risulteranno pertanto misurabili i soli campi di spostamento dielettrico $\mathbf{j}_e=\partial\mathbf{d}/\partial t$ e magnetico $\mathbf{j}_m=\partial\mathbf{b}/\partial t$.

Con riferimento ad un regime *a priori* qualunque, in accordo con la relazione di Poynting, la potenza elettromagnetica $p_\Sigma(t)$ totalmente scambiata dal componente delimitato dalla frontiera Σ è riconducibile alla presenza dei campi elettrico \mathbf{e} e magnetico \mathbf{h} misurabili nei punti $P\in\Sigma$ secondo un legame integrale del tipo seguente [1]:

$$(1) \quad p_\Sigma(t) = \oint_{\Sigma} \mathbf{e}(P, t) \wedge \mathbf{h}(P, t) \times \mathbf{n} \cdot dS$$

Nelle comuni applicazioni la superficie gaussiana Σ^* risulta immersa nel vuoto e delimita, in forma reale o virtuale, il componente stesso. σ rappresenta invece la riunione delle sezioni trasversali σ_k proprie degli n conduttori convergenti in Σ .

In tali ipotesi, formalizzando la relazione (1) secondo il corollario di Slepian [2], risulta possibile disaggregare l’intera potenza elettromagnetica $p_\Sigma(t)$ scambiata attraverso la superficie gaussiana Σ nei due distinti contributi $p_\sigma(t)$, associato alla conduzione nei conduttori, e $p_{e\mu}$, associato invece alla polarizzazione. Si ottiene in tal modo:

$$(2) \quad p_\Sigma(t) = \underbrace{\int_{\sigma} \mathbf{v} \cdot \mathbf{j}_\sigma \times \mathbf{n} \cdot dS}_{\text{addendo algebrico}} + \underbrace{\left\{ \int_{\Sigma^*} \mathbf{v} \cdot \frac{\partial \mathbf{d}}{\partial t} \times \mathbf{n} \cdot dS + \int_{\Sigma^*} \mathbf{h} \wedge \frac{\partial \mathbf{a}}{\partial t} \times \mathbf{n} \cdot dS \right\}}_{\text{addendo dinamico}}$$

\mathbf{v} ed \mathbf{a} , rispettivamente in ragione delle equazioni di Faraday e di Gauss:

$$(3) \quad \begin{cases} \text{rote} = -\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{b} \Rightarrow \mathbf{e} = -\text{grad}v - \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{a} \\ \text{div} \mathbf{b} = 0 \end{cases}$$

essendo il potenziale scalare elettrico (legato alla posizione attuale delle cariche) ed il potenziale vettore magnetico (legato invece al loro atto di moto).

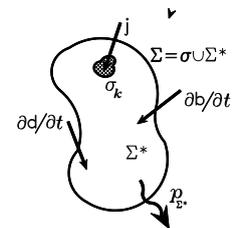
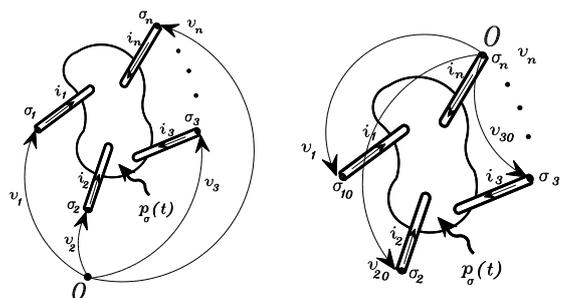


Fig.1. Frontiere e campi per la superficie gaussiana delimitante un componente elettromagnetico.



(a) Centro O in posizione generica (b) Il centro O è posto su uno dei conduttori
Fig.2. Energetica di un n -polo in senso elettrico.

Tale disaggregazione nei due distinti contributi conduttivo, di tipo algebrico, e di polarizzazione, di tipo dinamico, mostra come l'impiego della formula classica della potenza elettrica divenga legittimo nella sola condizione di regime stazionario, in corrispondenza della quale l'addendo dinamico risulta identicamente nullo. Risulta in tal caso:

$$(4) P_{\Sigma} = P_{\sigma} = \int_{\sigma} \mathbf{V} \mathbf{J}_{\sigma} \times \mathbf{n} \cdot dS = \int_{\sigma} \mathbf{V} \rho \mathbf{U} \times \mathbf{n} \cdot dS$$

La potenza elettrica è dunque riguardabile come il flusso del vettore $\mathbf{V} \cdot \mathbf{J}_{\sigma}$ associato al moto del "fluido incompressibile carica libera". Tale risultato, come mostra l'espressione dell'integrando, pone in evidenza, in particolare, come il senso della potenza, concettualmente legittimo in quanto legato a quello di un flusso, coincida con quello della corrente di conduzione al morsetto a potenziale maggiore. Il fenomeno risulta dunque pienamente interpretabile in termini meccanicistici.

Si ottiene in tal modo la ben nota formula stazionaria del prodotto della differenza di potenziale (impropriamente chiamata tensione) rispetto ad un punto O *a priori* arbitrario per la corrente (sottintesa di conduzione) (fig.2-a):

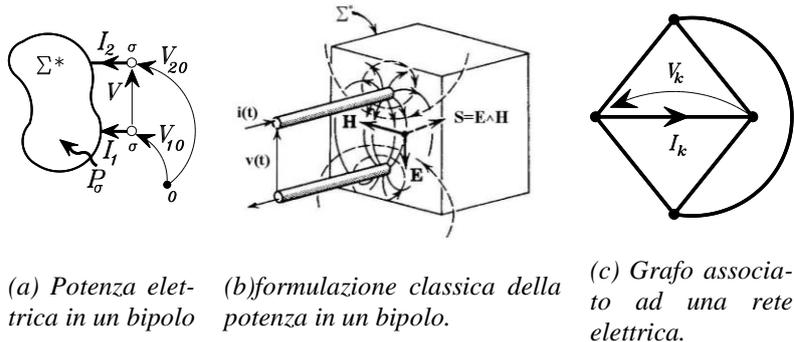


Fig.3. Energetica di un bipolo e di una rete di bipolo.

$$(5) P_{\Sigma} = P_{\sigma} = \int_{\sigma} \mathbf{V} \mathbf{J}_{\sigma} \times \mathbf{n} \cdot dS = \sum_{k=1}^n \int_{\sigma_k} \mathbf{V} \mathbf{J}_{\sigma} \times \mathbf{n} \cdot dS = \sum_{k=1}^n V_k \int_{\sigma_k} \mathbf{J}_{\sigma} \times \mathbf{n} \cdot dS = \sum_{k=1}^n V_k \cdot I_k = [\mathbf{V}_k] \cdot [\mathbf{I}]$$

In particolare, collocando O direttamente su uno dei conduttori (fig.2-b) il problema si semplifica drasticamente perché, così facendo, le variabili descrittive $\{[\mathbf{V}], [\mathbf{I}]\}$ dell'n-polo si riducono ad essere n-1. Per n=2 il componente diviene il bipolo classico per il quale, classicamente, si ha (fig.3-a,b):

$$(6) P_{\Sigma} = P_{\sigma} = \sum_{k=1}^2 V_k \int_{\sigma_k} \mathbf{J}_{\sigma} \times \mathbf{n} \cdot dS = V_{10} I_1 + V_{20} I_2 = V_{20} I_2 - V_{10} I_2 = (V_{20} - V_{10}) \cdot I_2 = V \cdot I$$

Con riferimento ad una rete elettrica, associato ad essa il grafo (fig.2-c), si ha infine:

$$(7) P_{\Sigma} \stackrel{\text{regime stazionario}}{=} P_{\sigma} = \int_{\sigma} \mathbf{V} \mathbf{J}_{\sigma} \times \mathbf{n} \cdot dS = \left\{ \begin{array}{l} \text{campo conservativo} \quad \text{campo solenoidale} \\ \mathbf{E} \times \mathbf{J}_{\sigma} \cdot d\boldsymbol{\tau} \\ \text{principio di conservazione dell'energia} \\ \text{proprietà topologiche legate ai principi di Kirchhoff} \\ [\mathbf{V}_k] \cdot [\mathbf{I}_k] \end{array} \right. = 0$$

ciò che, dati l'assenza di contributi irradiati ed il conseguente "contenimento" dei fenomeni elettromagnetici all'interno delle frontiere Σ , si accorda con il principio di conservazione dell'energia. Nel caso di regime variabile la potenza elettrica si limita ad essere un'aliquota della più generale potenza elettromagnetica. Se, con Max Abraham [3], valgono le condizioni di regime quasi-stazionario, la (5), ancorché approssimata, assume la forma istantanea seguente:

$$(8) p_{\Sigma}(t) \cong p_{\sigma}(t) = \int_{\sigma} v(t) \cdot \mathbf{j}_{\sigma}(t) \times \mathbf{n} \cdot dS = \int_{\sigma} v(t) \cdot \rho(t) \cdot \mathbf{u}(t) \times \mathbf{n} \cdot dS$$

Istante per istante, a condizione che le frequenze f in gioco siano "basse" e che le dimensioni del circuito risultino "contenute" rispetto alle lunghezze d'onda $\lambda=c/f$ conseguenti, le condizioni circui-

tali ed energetiche proprie del regime stazionario continuano a valere. L'atto di moto delle cariche continua ad essere ininfluenza e tutto avviene come se, istante per istante, a condizionare il fenomeno fosse solo la loro posizione attuale vista come funzione del tempo.

All'indomani del campo elettromotore voltiano

La storia della nozione di potenza elettrica si snoda proprio su un percorso concettuale - non precisamente immediato - di tale tipo. Precisate tutte le necessarie premesse fondazionali del caso, è ora possibile narrarla.

Si è ormai concluso il Settecento, il secolo dei lumi, e Volta [5], da poco, ha reso disponibile il suo campo elettromotore. Con il suo impiego stanno già per dischiudersi possibilità inattese. Da queste, in particolare, pur inizialmente legata ad un fortunato quanto incerto empirismo, sortirà la teoria dei circuiti. In seguito, supportata da tutto il necessario rigore del caso, tale approccio sarà inglobato, in particolare grazie ai contributi di Heaviside [6] e di Carson [7], nella più generale *Dynamical Theory* maxwelliana. Per ora, la teoria del campo elettromagnetico appare però quanto mai lontana. Forse, proprio in quegli anni, è la "meccanica calda", con la sua necessità di bilanci termodinamici in grado di dominare le prime vaporiere, a fissare le regole del gioco.

Ben presto, una più matura analisi condotta sul suo funzionamento interno avrebbe chiarito, in modo inequivocabile, il significato di quelle "misteriose interazioni" tra fluidi diversi che avvengono nella pila. Estranee ad una Natura illuminista nella quale i fluidi elettrici, magnetici, dielettrici, termici, etc., vivono in mondi tra loro rigidamente separati, tali indagini avrebbero inequivocabilmente certificato - come nel seguito sarebbe accaduto anche con l'esperienza stessa di Oersted - un "conflitto tra fluidi distinti" strettamente connesso ad una visione del tutto nuova e rivoluzionaria del mondo: quella maturata in seno alla filosofia della natura tedesca.

Per ora, almeno nell'immediato, soprattutto sul piano applicativo, le conseguenze appaiono comunque cruciali: grazie alla pila risulta infatti concretamente disponibile una sorgente di elettricità stazionaria capace di "creare", in un modo permanente prima impensabile, correnti elettriche mediante le quali - è questo, tra gli altri, il caso di Oersted e di Ampère - compiere i più svariati esperimenti. In particolare, seppur connesso a semplici filamenti di cui, almeno per ora, neppure si percepisce il possibile futuro ruolo in termini di resistenza ed induttanza, il generatore di tensione fa, per la prima volta, la sua comparsa. Si assiste dunque, seppure in una forma ancora del tutto estranea ad una più ampia teoria dei campi ancora ben al di là da venire, alla nascita della teoria dei circuiti. E la strada da percorrere, almeno per ora, si preannuncia del tutto agevole: il regime è infatti stazionario, per cui, *a priori*, come espressamente occorre in teoria delle reti, le tensioni sono differenze di potenziale e le correnti sono di conduzione. Data la semplicità estrema dei fenomeni in gioco, non occorre neppure il ricorso ad un apparato matematico di un qualche impegno. All'interno di un approccio che, in forma agnostica, si limita ad essere descrittivo, può bastare infatti una semplice lettura di tipo sperimentale. Per anni il circuitista, vicino all'immediatamente sensibile di Fourier e prudentemente lontano da Laplace ed in seguito da Faraday, rifiuterà ogni lettura esplicativa e, negando qualsiasi ruolo allo spazio nel quale il circuito è immerso, si manterrà prudentemente lontano dalla teoria dei campi. Fino a quando le frequenze in gioco saranno in grado di consentirglielo, il suo contributo sarà soprattutto il risultato di un fortunato empirismo.

Con la pila fa innanzitutto la sua comparsa quel concetto di tensione che, negli anni successivi, ancora dopo Maxwell ed Heaviside, avrebbe seguito un percorso quanto mai tortuoso [8]. E ad avvalersene per primo è proprio lo stesso Volta [9]. Il quale, a più riprese, parla testualmente di *tensione*, di *grado di tensione*, di *tensione di elettricità*. Intendendo con tale nozione, di cui già propone precise configurazioni operative atte alla sua misura, «lo sforzo di spingersi fuori» compiuto



Fig.4. La pila voltiana.

dall'elettricità. Nel seguito, un percorso concettuale anche più tortuoso sarebbe stato quello, di tipo lagrangiano, compiuto dalla nozione di forza elettromotrice. Ma la cosa non sarà altrettanto immediata: per giungere alla sua formulazione corretta sarebbe stato infatti necessario attendere i contributi fondazionali di Heaviside [6] e quelli chiarificatori di Giorgi [10].

A partire dal 1820, sia gli esperimenti di Oersted che quelli successivi di Ampère mettono in luce e definiscono il ruolo di una elettricità che, statica con Coulomb, diviene ora, proprio con Volta, dinamica. Già con i suoi studi del 1820 [11-12] Ampère attribuisce alla corrente il suo preciso carattere di movimento continuo di fluidi opposti (uno positivo e l'altro negativo), ne formalizza l'espressione ed introduce infine uno strumento, il galvanometro, che ne consente la misura.

I contributi di Ohm e di Kirchhoff

Nel 1826 è poi la volta di G.S. Ohm (fig.5-a). Con i suoi studi [13-14], sui quali appare rilevante l'influenza esercitata da Fourier e dalla sua *Theory Analytique de la Chaleur*, egli pone in evidenza come, in precisi termini tipologici di relazione ingresso-uscita, in un conduttore la tensione e la corrente risultino tra di loro proporzionali secondo una costante di proporzionalità detta resistenza. Nel 1845 Kirchhoff [15] (fig.5-b) porta alle estreme conseguenze, sotto l'aspetto topologico, tale legge e, rivelando in tal modo un'abilità matematica eccezionale, la generalizza [15]. Mostrando preliminarmente come una formulazione rigorosa della legge di Ohm richieda l'identificazione della tensione col potenziale elettrostatico, egli enuncia [16] la legge delle tensioni e, di seguito, quella delle correnti.

Il risultato ottenuto non può certo dirsi esplicativo. Tuttavia, totalmente confermato dall'evidenza sperimentale, non lascia dubbio alcuno in merito alla sua correttezza. In anni successivi la *Dynamical Theory* [17], inglobando la teoria dei circuiti, ne mostrerà il carattere approssimato legittimato dall'ipotesi preliminare di regime quasi-stazionario. Per ora, l'approccio è comunque in grado di recare gli attesi contributi: in un circuito elettrico topologia e tipologia sono infatti ormai largamente dominabili. Non manca, in quegli stessi anni nei quali la Termodinamica si sta ormai affermando, che il bilancio energetico.

I contributi di Joule e di von Helmholtz

Nel 1841 J.P. Joule (fig.6-a), nel quadro dei suoi studi sulla natura del calore, presenta alla *Royal Society* una sua indagine [18] nella quale rende nota l'omonima legge: un conduttore di resistenza R , percorso da corrente I , produce calore in una quantità Q proporzionale al prodotto della resistenza stessa per il quadrato della corrente che la percorre. È la prima formulazione, per via calorimetrica diretta, della più generale legge stazionaria $P=VI$. Sarà poi la volta di von Helmholtz (fig.6-b) che, nel 1847, nell'enunciare il suo *Principio di Conservazione della Forza* [19], inquadrerà in una lettura più ampia e del tutto generale il risultato di Joule.

Anche se limitatamente al caso stazionario, l'energetica circuitale è ormai definitivamente consolidata.

Il passaggio al regime variabile



(a) G. S. Ohm



(b) G.R. Kirchhoff

Fig.5. All'indomani del campo elettromotore voltiano: le leggi tipologiche e topologiche della teoria dei circuiti.



(a) J.P. Joule



(b) H.L.F. von Helmholtz

Fig.6. Tra il 1841 ed il 1847, rispettivamente con i contributi di Joule e di Helmholtz, la formula stazionaria $VI=P$ della potenza viene ad essere consolidata.

Nel frattempo, abbandonato il regime stazionario proprio del campo elettromotore voltiano, la scienza passa, nel 1831 con Faraday, al più generale ed impegnativo regime variabile. Almeno all'apparenza, nessun inconveniente sembra però inizialmente frapporsi all'estensione spontanea delle leggi già enunciate in precedenza: risulta sufficiente infatti rappresentare le tensioni e le correnti in gioco come funzioni del tempo e conteggiare, a livello circuitale, la presenza di "inerzia" e di "elasticità" nel circuito. E la conferma si ha già nel 1853 quando, in un primo studio dei cavi sottomarini, lord Kelvin risolve il problema della "correnti transienti" formalizzando un'equazione circuitale *a due energie* del tipo seguente [20]:

$$(9) \frac{d}{dt} \left[\frac{L}{2} q'^2 + \frac{1}{2C} q^2 \right] = -Rq'^2$$

nella quale, "provvisoriamente", la futura induttanza compare come una non meglio identificata *capacità dinamica*.

Sul piano formale le modifiche sembrano essere minime: rispetto al bilancio elettro-termico stazionario di Joule, si tratta infatti solo di formalizzare (fig.7) nel dominio del tempo il lavoro $\delta L = p dt = v(t) \cdot i(t) \cdot dt$ e di aggiungere al calore emesso δQ dal componente l'addendo dW rappresentativo dell'energia accumulata all'interno della sua frontiera Σ .

Per la verità l'approccio adottato, pur formalmente non dissimile da quello attuale, risulta di fatto ampiamente inadeguato sia nella definizione dei suoi fondamenti teorici che, in modo conseguente, dei corrispondenti limiti di impiego. Tuttavia, almeno nei primi anni successivi alla formulazione della legge di Faraday, complice il modesto valore delle frequenze in gioco, tali problematiche risultano estranee all'urgenza delle applicazioni.

Ma in seguito, con il progressivo aumento delle frequenze in gioco [21-22], l'approccio circuitale mostra i suoi possibili limiti. In ragione dei fenomeni di induzione in atto, la tensione risulta sempre più distinta dalla differenza di potenziale e la corrente totale risente sempre più della simultanea presenza della corrente di spostamento. Vengono meno i principî di Kirchhoff e, con essi, sia la formulazione univoca della potenza in termini di prodotto dei valori istantanei della tensione e della corrente che la sua stessa, conseguente, conservazione.

La crisi finale che pone in discussione la legittimità a propri dell'approccio circuitale si manifesta – forse non del tutto "occasionalmente" - in occasione dell'esperimento di Hertz sulle onde elettromagnetiche [23]. Occorrerà allora attendere gli studi di Carson, nel 1927, a cento anni dalla legge di Ohm, perché il chiarimento sia definitivo. Ma nel frattempo, espressione di una lettura approfondita e generalizzata, l'energetica elettromagnetica è già entrata nell'ambito della *Dynamical Theory*.

L'apporto della Dynamical Theory: i contributi di Poynting e di Heaviside

Il 19 Giugno del 1884 il fisico matematico C. Poynting (fig.8-a), elaborando l'integrale primo delle equazioni di Maxwell, pubblica il suo famoso teorema sui bilanci energetici relativi ai fenomeni elettromagnetici [24]. L'energetica implicita nella *Dynamical Theory* risulta definitivamente chiarita. A sintetizzarla è un vettore $\mathbf{e} \wedge \mathbf{h} = \mathbf{s}$ costruito a partire dai campi elettrico e magnetico di cui, alla luce del teorema di von Helmholtz, risulta nota la sola divergenza, mentre è invece incognito il rotore. Sotto l'aspetto circuitale si tratta di un fulmine a ciel sereno perché, proprio da quel momento, si comprende come i conduttori non accumulino in alcun modo energia, ma si limitino invece, per dir così, a guidarla, questa essendo interamente accumulata nello spazio circostante. Risulta inoltre finalmente possibile, all'interno di una lettura generale, porre in evidenza come la formula $P=VI$ di Joule e di von Helmholtz costituisca la semplice particolareggiatura dell'integrale di superficie del vettore \mathbf{s} relativa al caso stazionario.

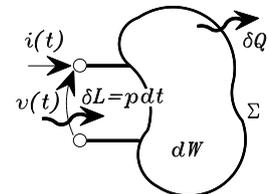
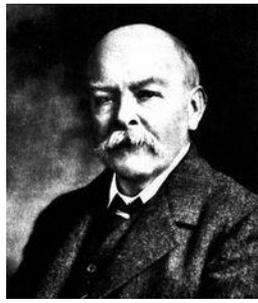


Fig.7. Per una riformulazione del bilancio energetico in regime variabile.

Ne nascono ben presto, da parte della rivista *The Electrician* che ospita i lavori di Heaviside (fig.8-b), alcune polemiche [23]. In effetti su tale rivista Heaviside aveva già autonomamente pubblicato il 21 - Giugno - 1884 un suo analogo lavoro sui bilanci energetici relativi ai fenomeni elettromagnetici. Poynting consegnò il suo articolo il 17 - Dicembre - 1883 e questo venne letto di fronte alla *Royal Society* il 10 - Gennaio - 1884. Poiché l'edizione data a stampa recava note aggiuntive di Poynting datate 19 - Giugno - 1884, ne nasce una questione di priorità.



(a) Poynting



(b) Heaviside



(c) Mc Donald

Fig.8. L'apporto della *Dynamical Theory maxwelliana all'energetica elettromagnetica*.

Importa invece ricordare che, già nel 1875, Adolfo Bartoli, per una via termodinamica più prossima all'immediatamente sensibile proprio della scuola pisana, aveva predetto addirittura la pressione di radiazione di fatto implicita in Poynting [25]. Per questa ragione, almeno per alcuni anni, si parlerà infatti, ad esempio con il Persico, ma certo anche con lo stesso Whittaker, di Teorema di Poynting-Bartoli.

Oggi, per la verità, quella *querelle*, almeno alla luce di una autentica Storia della Scienza, risulta di assai poco conto. I due inglesi pubblicarono autonomamente, e quasi simultaneamente, il lavoro. È un fatto però che quello di Poynting aveva una trattazione analitica molto involuta, mentre quello di Heaviside, genialmente legato all'integrazione per parti delle equazioni di Maxwell, rappresenta la versione attuale. Nella sua formulazione finale, datata 2-11-1885 [23], il vettore di Poynting, a cui Heaviside aveva nel frattempo aggiunto anche un più generale sviluppo relativo al caso di sistemi tempo-varianti, reca già, secondo la lettura attuale, la presenza esplicita del termine additivo solenoidale a priori arbitrario.

Negli anni successivi, il teorema di Poynting-Heaviside non va esente da critiche e riserve. Si assiste infatti, soprattutto da parte di Mc Donald (fig.8-c), a tutto un florilegio di paradossi possibili aventi lo scopo di invalidare il teorema e magari sostituirlo con altre formulazione [26].

Con il tempo, la questione finisce con l'attenuarsi. Riconosciute le riserve formali comunque ascrivibili all'integrale primo delle equazioni di Maxwell [27], a rigore non si parlerà più di *teorema*, bensì, più prudentemente, di *relazione* di Poynting-Heaviside. Ma con il conforto di una precisa consapevolezza: l'asserto, a tutt'oggi, non è mai stato smentito dall'evidenza sperimentale.

Il postulato VJ degli ingegneri

In seguito, la presenza, con Heaviside, del termine solenoidale additivo arbitrario, consente, nel 1942, a J. Slepian (fig.9) [28] di introdurre l'omonimo vettore [29-30]:

$$(10) \quad \mathbf{s} + \mathbf{v} \cdot \overset{\Delta}{\mathbf{h}} = \mathbf{s}^*$$

Risulta così possibile, a partire dalla relazione (1), formularne il corollario (2). La potenza elettromagnetica viene in tal modo disaggregata nelle sue componenti conduttive e di *displacement*. La ricaduta in senso circuitale è immediata: nel solo caso di regime quasi-stazionario la potenza elettrica coincide, a meno di infinitesimi di ordine superiore, con quella elettromagnetica.

Con Slepian il bipolo in senso elettrico diviene una lettura approssimata dell'elemento bipolare. Tra i requisiti richiesti per tale lettura, vi è, in ragione delle frequenze in gioco, la "vicinanza" dei morsetti. Si parlerà per questo, con immediata ricaduta in Teoria delle Reti, di *near closed one-port*. L'uso incondizionato, fin a quel momento compiuto dagli ingegneri, del prodotto vi diviene un "postulato".



Fig.9. J. Slepian.

Riferimenti bibliografici

- [1] J.D. Jackson, *Classical Electrodynamics*, Third Edition, Wiley, New York, 1999;
- [2] P. Hammond, *Energy Methods in Electromagnetism*, Clarendon Press, Oxford, 1981;
- [3] M. Abraham, R. Becker, *The Classical Theory of Electricity and Magnetism*, Blackie & Son Limited, London, 1937;
- [4] C.C. Gillispie (a cura di), *Dictionary of Scientific Biography*, Scribner's, New York, 1974;
- [5] J.L. Heilbron, *Anastasio Giuseppe Alessandro Volta*, in [4], pp. 69-82;
- [6] O. Heaviside, *Electromagnetic Theory*, a cura di Ernst Weber, Dover, New York, 1950;
- [7] J.R. Carson, *Electric Circuit Theory*, Mc Graw-Hill Book Company, New York, 1926;
- [8] F. Emde, *Die Geschichte des Spannungsbegriffs (Die Bedeutungswandlungen des Wortes Spannung in der Elektrizitätslehre)*, Elektrotechnische Zeitschrift, 42, 8, 1921, pp.169-173;
- [9] A. Volta, *Opera Omnia*, Vol. III, Edizione Nazionale, Ulrico Hoepli Editore, Milano, 1926,
- [10] G. Giorgi, *Verso l'Elettrotecnica Moderna*, Libreria Editrice Politecnica Tamburini, Milano, 1949;
- [11] L. Pearce Williams, *André-Marie Ampère*, in [4], pp. 139-147;
- [12] A.M. Ampère, *Mémoire sur la théorie mathématique des phénomènes électrodinamiques, uniquement deduit de l'expérience*, Didot, Paris, 1826;
- [13] K.L.Caneva, *Georg Simon Ohm*, in [4], pp. 186-194;
- [14] G.S. Ohm, *Die galvanische Kette, mathematisch bearbeitet*, Riemann, Berlin, 1827;
- [15] L. Rosenfeld, *Gustav Robert Kirchhoff*, in [4], pp.379-383
- [16] G.R. Kirchhoff, *Über den Durchgang eines Stromes durch eine Ebene, insbesondere durch eine kreisförmige*, Annalen der Physik (und Chemie), 1845, 64, 44, pp.497-514;
- [17] J.Z. Buchwald, *From Maxwell to Microphysics*, The University of Chicago Press, Chicago, 1985;
- [18] J.P. Joule, *On the heat evolved by metallic conductors of electricity*, Philosophical Magazine, **19**, 1841, pp.260-281;
- [19] H.L.F. von Helmholtz, *Über die Erhaltung der Kraft*, Reimer, Berlin, 1847,
- [20] Kelvin, Philosophical Magazine, S.4, n.48, suppl. vol.7, 1854, pp. 502-513;
- [21] H.L.F. von Helmholtz, *Über die Dauer und den Verlauf der durch Strmschwankungen induzierten elektrischen Ströme*, Ann. Physik, Vol. 83, 1851, pp. 505-518;
- [22] W. Siemens, *Über dieelektrostatische Induktion und die Verzögerung des Stroms in Flaschendrahten*, Ann. Physik, Vol.102, 1857, pp66-81;
- [23] P.J. Naih, *Oliver Heaviside*, The John Hopkins University Press, London, 2002;
- [24] J.H. Poynting, *Collected Scientific Papers*, Cambridge Unoversity Press, Cambridge, 1920;
- [25] B. Corazza. H. Kragh, *Adolfo Bartoli and the Problem of Radiant Heat*, Annals of Science, 46, 1989, pp.183-194
- [26] J. Mc Donald, *Electric Waves*, Cambridge Universiity Press, Cambridge, 1902;
- [27] J.A. Stratton, *Electromagnetic Theory*, Mac Graw-Hill, New York, 1941;
- [28] F.A Furfari, *Joseph Slepian, Scientist, Engineer, Inventor*, IEEE Industry Applications Magazine, November-December 2000, pp.14-19;
- [29] J. Slepian, *Energy flow in electric systems: the Vi-Energy flow Postulate*, Electrical Engineering Transactions, december 1942, Vol.61, pp.835-840
- [30] J. Slepian, *Energy and Energy Flow in the Electromagnetic Field*, Journal of Applied Physics, Vo.13. August, 1942, pp.512-518.